

Нахождение суммы первых n членов
Утверждаю арифметической прогрессии.

№

Проверено

Дата 02.02.2023

Предмет: алгебра

Класс: 9.

Ключевые компетенции

Информационная: Готовность обучать себя всей самостью
только работать с информационными ресурсами источни-
ков, искать, анализировать и отбирать необходимую
информацию, организовывать, преобразовывать,
сохранять и передавать ее.

Социально-коммуникативная: 1) Способность к самостоя-
тельной деятельности.

2. Уметь слушать, уметь вносить в обсуждение.

3. Принимать знания в повседневной жизни.

Самоорганизации и разрешения проблем. 1) Готовность
обнаруживать противоречия в информации и
разрешать их.

2. Уметь сравнивать и анализировать.

Предметные компетенции

Математическая - сравнивать и функционировать приведен-
ные в учебнике математические геометрические фигуры,
примеры, задачи.

Речевая - осмысленно и правильно читать математический
текст из учебника математики.

Социокультурная - определять количество операций ре-
шения задачи, примера из учебника математики
при составлении плана решения;

Ожидаемые результаты

Цели. Ввести формулу суммы первых n членов ариф-
метической прогрессии: оформить умение приме-
нять эту формулу при решении задач.

Тип урока: изучение нового материала

Метод урока: интерактивный

Оборудование: плакат; тест; заранее выданные задания.

Ход урока.

Этап урока и время	Деятельность учителя	Деятельность ученика	Комп-ты КК-1-2-3 ПК-1-2-3
1. Орг. момент (3 мин)	Приветствует учащихся, проверяет их готовность к уроку	Приветствуют учителя, организуют своё рабочее место	
2. Актуализация знаний, подготовка к изучению нового материала (5 мин)	<p>Сообщение темы, цели и критерии оценивания урока</p> <p>II. Актуализация знаний</p> <p>Цели:</p> <ol style="list-style-type: none">Сформулируйте определение алгоритмики-искусственной профессии.Приведите пример алгор. проф.-ии.Сформулируйте определение функции алгор.-и профессии.Назовите проф.-ии по классу алгоритмики-и профессии. <p>Тестовые варианты</p> <p>Вариант 1. № 578 (а)</p> <p>Вариант 2. № 578 (б).</p>	<ol style="list-style-type: none">Выполняют задание по карточкам.Выполняют задание по карточкам.	ПК1 КК1
3. Изучение нового материала (20 мин)	<p>III. Объяснение нового материала.</p> <p>1. Создание проблемной ситуации.</p> <p>Задача. Ученик знает ерв из-готовил в первую неделю работу 15 конструкторских изделий, а в каждую следующую неделю из-готавливает на 5 изделий больше, чем в предыдущую. Сколько изделий ученик из-готовил за все время работы? Сколько изделий ученик из-готовил всего в течение десяти недель?</p>	Участвуют в диалоге с учителем, осознают, что знаний у них недостаточно для решения задачи.	ПК2 ПК2

Ответ на первый вопрос ученики знают, как
 научиться, такие задачи решались еще на
 крайних занятиях. Какое число изготовленных
 изделий в первую, вторую и т.д. недели можно
 обозначить $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$, при этом (a_n) - арифметиче-
 ская прогрессия с разностью $d = 5$ и первым членом $a_1 =$
 $= 15$. За восьмую неделю ученики изготовили некоторое
 количество изделий: $a_8 = 15 + 5(8-1) = 50$.

Для ответа на второй вопрос ученики могут
 предложить только такой способ решения:
 подсчитать какое число изделий, изготовленных за
 2-ю, 3-ю, ..., 10-ю неделю, и сложить. Это очень
 долго. А если в задаче нужно будет найти сумму
 этих членов арифметиче-й прогрессии, тогда?
 Возникает проблема - нужна общая формула.

2. Пример из истории математики.

С формулой суммы n -первых членов ариф-й
 прогрессии связан эпизод из жизни немецкого
 математика Карла Гаусса (1777 - 1855).

Маленькому Карлу было 9 лет, когда учитель,
 занятый проверкой работ учеников, предложил
 классу сосчитать все натуральные числа от 1
 до 100, рассчитывая каждому занять детей.

Каково же было удивление преподавателя, когда
 через несколько минут Гаусс подошел к нему
 с верным ответом! Он подошел к решению
 творчески, заметив, что можно складывать числа
 не подряд, а парами: $1+100, 2+99, 3+98, \dots$ и т.д.

Либо увидеть, что сумма чисел в каждой паре
 равна 101, а таких пар 50, знает общая формула
 первых n членов любой арифметической прогрессии?

3. Вывод формулы.

Пусть (a_n) - арифметическая прогрессия.

Обозначим S_n сумму n первых членов арифметической
 прогрессии.

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_{n-1} + a_n \quad (1)$$

$$S_n = a_n + a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + \dots + a_2 + a_1 \quad (2)$$

Докажем, что сумма соседних пар членов прогрессии, расно от техных друг под другом, равна $a_1 + a_n$

$$a_2 + a_{n-1} = (a_1 + d) + (a_n - d) = a_1 + a_n;$$

$$a_3 + a_{n-2} = (a_2 + d) + (a_{n-1} - d) = a_2 + a_{n-1} = a_1 + a_n;$$

$$a_4 + a_{n-3} = (a_3 + d) + (a_{n-2} - d) = a_3 + a_{n-2} = a_1 + a_n \text{ и т.д.}$$

Число таких пар равно n . Следовательно получаем (1) и (2) и получаем

$$2S_n = (a_1 + a_n) \cdot n.$$

(I)

$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$ — формула суммы n первых членов арифметической прогрессии.

Обычно арифметическая прогрессия задается первым членом и разностью, поэтому удобно иметь еще формулу суммы n первых членов, выраженную через a_1 и d арифметической прогрессии.

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n, \quad a_n = a_1 + d(n-1);$$

$S_n = \frac{a_1 + a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$ формула суммы n первых членов арифметической прогрессии.

(II)

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

4. Пример.

В фирме x завод про ушника мастера.
В течение 10 недель ушник мастера шьет обувь

$$S_{10} = \frac{2 \cdot 15 + 5 \cdot 8}{2} \cdot 10 = 375 \text{ изделий.}$$

4. Закрепление
(10 минут)

IV. Формирование умения и навыков.

Так как формулы суммы n первых членов арифметической прогрессии две, то необходимо сначала выяснить, в заданиях какого вида лучше использовать каждую из них, а затем при решении упражнений акцентировать условия и выбирать формулу.

Упражнения:

1) Найти сумму первых тридцати членов арифметической прогрессии 4; 5,5; ...

Решение

$a_1 = 4, d = 1,5$, значит, по формуле I :

$$S_{30} = \frac{2 \cdot 4 + 1,5 \cdot 29}{2} \cdot 30 = 772,5$$

2) Найти сумму первых сорок членов последовательности (a_n) , заданной формулой $a_n = 5 \cdot n - 4$

Последовательность (a_n) - арифметическая прогрессия. Если применить формулу I , то для этого сначала надо найти a_1, a_2 , затем d как разность $a_2 - a_1$. Это неудобно, проще сразу найти a_1 , оно и подставит в формулу I .

$$a_1 = 5 \cdot 1 - 4 = 1; \quad a_{40} = 5 \cdot 40 - 4 = 196;$$

$$S_{40} = \frac{(1 + 196) \cdot 40}{2} = 3940$$

3) № 603, № 604. На прямое "применение" формул I и II .

Самостоятельное решение формулы с последующей проверкой.

$$\text{№ 606.}$$

№ 608(a). У доски с объяснением, здесь можно "договориться", что последовательность - арифметическая прогрессия, где a

$1 \leq d \leq n$, $d = 2$ и количество слагаемых равно n , можно применить формулу II , А можно задать эту прогрессию формулой $a_n = dn$ и применить формулу I .

Строят покат-ные две парные вставки, в обе заданы самое. Формулы - т соответственные имеют.

ПК3

ПК3

В Уточн урока.

— Назовите формулу суммы первых n членов арифметической прогрессии
 - В каких случаях удобнее применять формулу I , II ?

1) Решифером конечной результом своей работо на уроке.

ПК2

ПК3

Домашнее задание: № 605, № 607, № 608(б)
 № 621 (а)

Закрепляем
 Д/З